

Figura 12.4 – Aplicação da técnica Picos Acima do Limiar.

Para obter um modelo de valor extremo usando Máximos de Blocos (BM), uma amostra de máximos, selecionada via BM, deve ser ajustada para a distribuição **Generalizada de Valores Extremos (GVE)**. A GVE unifica as três distribuições Weibull, Gumbel e Fréchet, e tem função de distribuição acumulada de probabilidade dada por:

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \quad \text{para } \xi \neq 0 \quad \text{e}$$

$$F(x) = \exp \left\{ - \exp \left[- \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right] \right\} \quad \text{para } \xi = 0.$$

Os parâmetros em questão são a localização (μ), a escala (σ) e a forma (ξ). No caso, as três curvas unificadas pela GEV são:

- Weibull: Com $\xi < 0$, com cauda curta delimitada;
- Gumbel: Com $\xi = 0$, com cauda ilimitada e decrescimento exponencial ($\xi \rightarrow 0$);
- Fréchet: Com $\xi > 0$, com cauda pesada ilimitada.

A figura 12.5 ilustra três funções densidade de probabilidade da distribuição GVE, no caso a curva Weibull tem $\xi = -0,3$, a curva Gumbel tem $\xi = 0$ e a curva Fréchet tem $\xi = 0,3$. Em todas elas temos $\mu = 10$ e $\sigma = 2,6$.

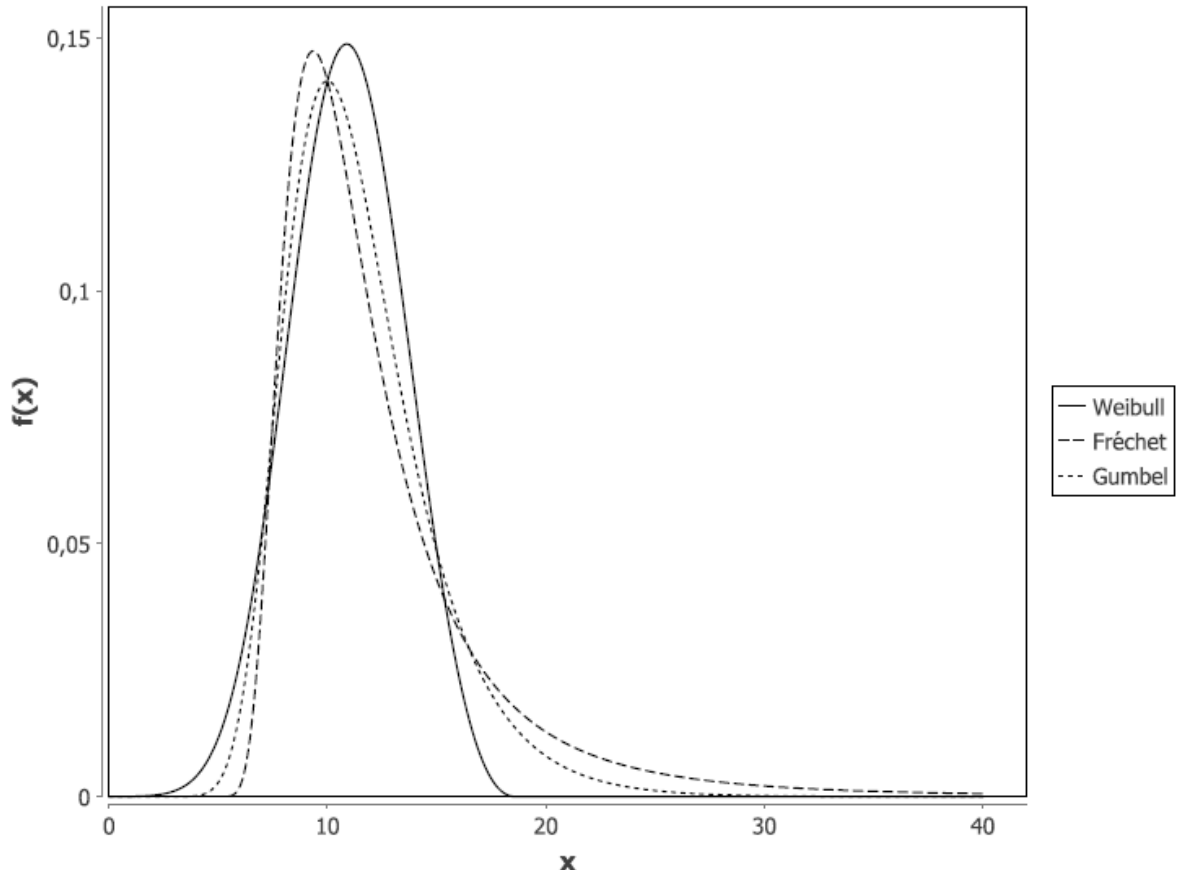


Figura 12.5 – Exemplo de função densidade de probabilidade da distribuição GVE

Para obter um modelo de valor extremo usando Picos Acima do Limiar (POT), uma amostra de máximos, selecionada via POT, deve ser ajustada para a distribuição Generalizada de Pareto (GP). A GP é uma aproximação para a distribuição dos excessos acima de um limiar elevado, e sua função de distribuição acumulada de probabilidade é dada por:

$$F(x) = 1 - [1 + \xi \times ((x-\mu) / \sigma)]^{-1/\xi} \quad \text{para } \xi \neq 0 \quad \text{e}$$

$$F(x) = 1 - \exp[- ((x-\mu) / \sigma)] \quad \text{para } \xi = 0.$$

A função de distribuição GP permite a modelagem de diferentes tipos de caudas, dependendo dos valores atribuídos aos seus parâmetros limiar ou *threshold* (μ), escala (σ) e forma (ξ). Dependendo do valor da forma (*shape*), a distribuição assume diferentes formatos:

- Com $\xi < 0$ modela caudas leves, limitadas por um valor máximo, semelhante à distribuição Beta;
- Com $\xi = 0$ modela caudas ilimitadas, cuja densidade decresce exponencialmente, como a distribuição Exponencial;
- Com $\xi > 0$ modela caudas pesadas assintóticas, cuja densidade decresce polinomialmente no caso de parâmetro ξ elevado, semelhante à distribuição de Pareto.

A próxima etapa é a **estimação de parâmetros** ou **ajuste do modelo**. A partir dos valores selecionados via BM (ou POT), são estimados os parâmetros que definem a curva GEV (ou GP) que melhor se ajusta aos valores observados nas medições. No caso a GEV (ou GP) representa a distribuição de valores extremos que foi ajustada aos dados obtidos, as medições dos tempos de execução. A curva obtida de certa forma explica o comportamento destas medições, em termos probabilistas. Existem diferentes métodos para estimar os parâmetros das distribuições de valores extremos. Os métodos mais usuais são Maximum-likelihood